UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE MATEMÁTICO

TEORÍA DE LA MEDIDA II (ejemplo)

SEMESTRE: **Séptimo u octavo**
CLAVE: **0948**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

TEÓRICAS	PRÁCTICAS	CRÉDITOS
5/80	0	10

CARÁCTER: **OPTATIVO**.
MODALIDAD: **CURSO.**
SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Teoría de la Medida I**.
SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Ninguna**.

OBJETIVO(S): Tender puentes entre el enfoque analítico de la teoría de la medida con algunos aspectos de la teoría de la probabilidad. El objetivo es adquirir un manejo adecuado de la teoría de la medida y de la integral abstracta (sin profundizar en los teoremas de existencia) para lograr una adecuada introducción a la teoría de la probabilidad.

NUM. HORAS	UNIDADES TEMÁTICAS
10	1. **Sigmas álgebras de conjuntos**
	1.1 σ álgebra de conjuntos, conjuntos medibles o eventos; espacios medibles, propiedades y ejemplos.
	1.2 σ álgebra de Borel en un espacio métrico.
	1.3 σ álgebra generada por una función medible.
	1.4 Funciones medibles o variables aleatorias con valores en los reales extendidos.Función simple medible (o variable aleatoria discreta).
	1.5 Propiedades y ejemplos. Aproximación de una función medible positiva por una sucesión de simples medibles.

10	2. **Definición de medida, espacios de medida.**
	2.1 Medidas y medidas de probabilidad. Ejemplos. Medidas discretas: de contar,de Dirac, de Poisson etc.
	2.2 Propiedades de una medida, propiedades de una medida de probabilidad. En particular: teoremas de continuidad para sucesiones monótonas de eventos.
	2.3 Medida de Lebesque y medida de Lebesque-Stieljes en los borelianos de $\mathbb{R}$ (sin demostrar su existencia sólo mencionar que es consecuencia del teorema de Caratheódory). Medidas absolutamente continuas con respecto a la medida de Lebesque.
	2.4 Eventos independientes.
	2.5 Medida de probabilidad inducida por una variable aleatoria. Completación de una medida. Propiedades casi seguras, cargas o medidas con signo.
5	3. **Funciones de distribución**
	3.1 Definición general y propiedades básicas. Los casos discreto y con densidad. Ejemplos usuales en teoría de la probabilidad. Relación entre función de distribución y medida de probabilidad en $\mathbb{R}$.
15	4. **Concepto de integral (o esperanza en su caso).**
	4.1 Definición de la integral para una función simple medible (o variable aleatoria discreta) y propiedades básicas.
	4.2 Definición de integral de una función medible positiva.
	4.3 Propiedades de la integral.
	4.4 Teorema de convergencia monótona, Lema de Fatou y aplicaciones.
	4.5 Funciones integrables y su integral.
	4.6 Propiedades.
	4.7 Teorema de convergencia dominada.
	4.8 Dependencia de un parámetro.
5	5. **Aplicaciones en el caso de medida de probabilidad**
	5.1 Teorema de cambio de variable para medidas de probabilidad inducidas por una variable aleatoria.
	5.2 Medidas discretas y series. Caso en que hay densidad. Integral de Lebesque-Stieljes.
	5.3 Función característica de una variable aleatoria y propiedades. Cálculo de la función característica de algunas variables aleatorias.

10	6. **Teorema de Fubini e independencia en teoría de la probabilidad.**
	6.1 Variables aleatorias independientes.Espacios producto: σ álgebra producto y medidas producto.Teoremas de Tonelli-Fubini y de Fubini. Teoremas de Borel-Cantelli. Suma de variables aleatorias independientes y función característica.
5	7. **Espacios Lp con p mayor o igual a 1.**
	7.1 Desigualdades de Hölder, de Schwarz y de Minkowski.
	7.2 Clases de equivalencia y espacios Lpcomo espacios métricos
	7.3 Sucesiones de Cauchy y completez de estos espacios.
15	8. **Formas de convergencia y sus relaciones.**
	8.1 Definición de convergencia casi-segura, convergencia en Lp, convergencia en medida (en probabilidad), convergencia débil (para el caso de medidas de probabilidad).
	8.2 Relaciones entre las diversas formas de convergencia, en el caso de una medida finita y en el caso de una medida arbitraria. Ejemplos
	8.3 Función característica y convergencia débil
5	9. **Descomposición de medidas e introducción al teorema de Radon-Nikodym.**
	9.1 Interpretación de la densidad de Probabilidad como derivada de Radon-Nikodym.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. Billingsley, P., *Probability amd Measure*, New York: J. Wiley, 1995.
2. Jacod, J., Protter, Ph., *Probability Essentials*, New York: Springer Verlag, 2000.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Bartle, R. G., *Elements of Integration and Lebesque Measure*, New York: Wiley, 1995.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.