UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE MATEMÁTICO

TEORÍA DE LOS CONJUNTOS II

SEMESTRE: **Séptimo u octavo**
CLAVE: **0779**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

TEÓRICAS	PRÁCTICAS	CRÉDITOS
5/80	0	10

CARÁCTER: **OPTATIVO**.
MODALIDAD: **CURSO.**
SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Teoría de los Conjuntos I**.
SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Teoría de los Conjuntos III**.

OBJETIVO(S): El objetivo es dar al alumno todas las construcciones numéricas a partir de los naturales. Ver el estudio de los tipos de orden de los órdenes lineales y su aritmética (discretos, densos, continuos separables, etc), especialmente de los buenos ordenes. El teorema de recursión para ordinales.
Se estudian los cardinales como ordinales iniciales (revisando que cumplen lo visto en equipotencia y dominancia). Las jerarquías de los alephs y de los beths, así como cofinalidad, sumas y productos infinitos de cardinales infinitos, el teorema de Konig y el problema de la exponenciación cardinal. Quedan establecidas todas las restricciones posibles al cardinal del continuo. Cardinales inaccesibles.

NUM. HORAS	UNIDADES TEMÁTICAS
20	1. **Tipos de órdenes totales o lineales**
	1.1 Tipos de orden, ejemplos, igualdad y orden. $(\mathbb{N}, <)$ como único (salvo isomorfismo) buen orden, sin extremo derecho y tal que cualquier subconjunto acotado superiormente tiene máximo.
	1.2 Construcción de $\mathbb{Z}$. $(\mathbb{Z}, <)$ como único (salvo isomorfismo) orden total, sin extremos y tal que cualquier subconjunto acotado tiene máximo y mínimo.
	1.3 Construcción de $\mathbb{Q}$, $(\mathbb{Q}, <)$ como el único (salvo isomorfismo) orden total, denso, sin extremos y numerable.
	1.4 Construcción de $\mathbb{R}$, $(\mathbb{R}, <)$ como el único (salvo isomorfismo) orden total, denso, sin extremos, completo (continuo) y separable. Otro problema del continuo: el problema de Souslin.
	1.5 Aritmética de tipos de orden. El caso particular de los buenos órdenes.

20	2. **Ordinales**
	2.1 Ordinales, propiedades y caracterizaciones. Principio del Mínimo Ordinal. Inducción para ordinales (inducción transfinita). Construcción del primer ordinal no numerable omega-uno.
	2.2 El Teorema de Enumeración: Todo buen orden es isomorfo a un único ordinal con $\in$. Recursión para ordinales.
	2.3 Aplicaciones: el Teorema de Recursión: aritmética ordinal, definición de la jerarquía acumulativa de los conjuntos bien fundados. AE implica Teo.Buen Orden. Cerradura transitiva.
	2.4 El axioma de constructibilidad y el universo constructible o definible L de Gödel
20	3. **Cardinales**
	3.1 Ordinales iniciales, propiedades básicas. El Teorema de Hartog. La jerarquía de los Alephs.
	3.2 Aritmética cardinal infinita de cardinales transfinitos. El Teorema de Konig. El problema de la exponenciación cardinal. La jerarquía de los Beths.
	3.3 Equivalencias de la Hipótesis Generalizada del Continuo (HGC).
20	4. **Cofinalidad**
	4.1 Propiedades y caracterizaciones. Exponenciación en términos de cofinalidad. Qué cardinales *no* pueden ser $\lvert\mathbb{R}\rvert$, ¿puede ser cualquier otro cardinal?
	4.2 Exponenciación con HGC y sin HGC. La jerarquía de los Gimel.
	4.3 Cardinales Inaccesibles. Axiomas fuertes de infinito y cardinales grandes.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. Amor, J. A., *El Problema del Continuo y las Pruebas de Independencia*, en el libro *Continuidad en las Ciencias*, México: FCE-UNAM, 2002.

2. Devlin, K., *The Joy of Sets, Foundations of Contemporary set Theory*, New York: Springer Verlag, 1993.

3. Enderton, H.B., *Elements of Set Theory*, New York: Academic Press, 1977.

4. Hernández, F., *Teoría de Conjuntos*, México: Aportaciones Matemáticas No.13, Sociedad Matemática Mexicana, 1998.

5. Hrbacek, K., Jech, T., *Introduction to Set Theory*, New York: Marcel Dekker, 3a Ed. 1999.

6. Jech, T., *Set Theory*, Boston: Academic Press, 1978.

7. Kamke, E., *Theory of Sets*, New York: Dover Pub., 1950.

8. Kunen, K., *Set Theory, an Introduction to Independence Proofs*, Amsterdam: North Holland, 1980.

9. Palomino, C., *De la Teoría de los Estratos a las Estructuras Matemáticas a Través de la Teoría de Conjuntos*, México: Tesis UNAM, 1993.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Amor, J.A., "La teoría de conjuntos en el siglo XX", *Miscelánea Matemática* No.31, 2000.

2. Campero, G., *¿Es V distinto de L? Independencia del Axioma de Constructibilidad y Algunas Reflexiones sobre la no-Constructibilidad del Universo Conjuntista*, México: Tesis UNAM, 1998.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.