

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE MATEMÁTICO

LÓGICA MATEMÁTICA III

SEMESTRE: **Séptimo u octavo**

CLAVE: **0447**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

| TEÓRICAS | PRÁCTICAS | CRÉDITOS |
|----------|-----------|----------|
| 5/80 | 0 | 10 |

CARÁCTER: **OPTATIVO.**

MODALIDAD: **CURSO.**

SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Lógica Matemática II.**

SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Ninguna.**

OBJETIVO(S): Que el alumno conozca y comprenda los teoremas limitativos para la aritmética formalizada y sus extensiones. Presentar al alumno las nociones básicas de la aritmética formalizada como la expresión formal de calculabilidad efectiva.

| NUM. HORAS | UNIDADES TEMÁTICAS |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 | 1. El argumento de Gödel |
| | 1.1 Heurística del problema. |
| | 1.2 La paradoja de Richard y el argumento de Gödel. |
| | 1.3 Condiciones para que la propiedad k sea definible en un sistema formal SF. |
| 15 | 2. Aritmética recursiva |
| | 2.1 Primeras definiciones. |
| | 2.2 Substitución, recursión, operador μ . |
| | 2.3 Teoremas sobre funciones recursivas. |
| | 2.4 Relaciones recursivas. Función característica de una relación. |
| | 2.5 Teoremas sobre relaciones recursivas. |
| 15 | 3. Formalización de la Aritmética de Peano |
| | 3.1 Aritmética de Peano (AP). La estructura \mathbb{N} . |
| | 3.2 Descripción de AP un Sistema Formal para \mathbb{N} . Términos, fórmulas, axiomas, reglas de inferencia. Concepto de prueba y deducción en AP. |
| | 3.3 Teoremas demostrables en AP. Demostración de teoremas dentro del sistema AP. |
| | 3.4 Divisibilidad, números primos e inducción. Demostración de teoremas. |

| | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 15 | 4. Representabilidad de funciones recursivas |
| | 4.1 Expresabilidad de relaciones en AP. Relaciones expresables en AP. |
| | 4.2 Representabilidad de funciones en AP. Funciones representables en AP. |
| | 4.3 Representabilidad de funciones recursivas en AP. |
| | 4.4 Demostración de los teoremas que relacionan funciones y relaciones recursivas con la representabilidad y expresabilidad en AP respectivamente. |
| 15 | 5. Aritmetización de la Metateoría |
| | 5.1 Introducción. Estrategia de Gödel. |
| | 5.2 Numeración de Gödel. Números de Gödel de expresiones, sucesiones de expresiones, fórmulas, pruebas, etc. |
| | 5.3 Transcripción de la sintaxis de AP a la aritmética. Teoremas acerca de cómo transcribir algunos enunciados metateóricos a fórmulas de la aritmética recursiva. |
| 15 | 6. Teoremas de Gödel |
| | 6.1 Estrategia de Gödel. |
| | 6.2 Primer teorema de Gödel para AP. |
| | 6.3 Teorema de Gödel- Rosser para AP. |
| | 6.4 Condiciones para que una teoría de primer orden este sujeta al teorema de Gödel-Rosser. |
| | 6.5 Segundo Teorema de Gödel. Predicados de prueba. Teorema de Löb. |

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. DeLong, H., *A profile of Mathematical Logic*, Reading, Mass.: Addison-Wesley, USA, 1970.
2. Enderton, H., *A Mathematical Introduction to Logic*, Boston: Academic Press, 1972.
3. Gödel, K., *On formally undecidable propositions of Principia Mathematica and related systems I*, reproducido en Van Heijenoort.
4. Heijenoort, J. van, (Editor), *From Frege to Gödel: A source book in Mathematical Logic 1874-1931*, Cambridge, Massachusetts: Ed. Harvard U. P., 1947.
5. Kleene, S.C., *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam: Ed. North-Holland, 1952.

6. Kleene, S.C., *Mathematical Logic*, New York: Ed. Wiley, 1967.
7. Ladriere, J., *Limitaciones internas de los formalismos*, Madrid: Ed. Tecnos, 1969.
8. Mendelson, E., *Introduction to Mathematical Logic*, Tercera Edición. Pacific Grove, California: Wadsworth Books, 1987.
9. Nagel, E., Newman, J.R., *Teorema de Gödel*, Madrid: Ed. Tecnos,.
10. Preisser, A., *Limitaciones Gödelianas de la Aritmética Formalizada*. México: Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias UNAM, 1983.
11. Torres, C., *Los teoremas de Gödel*, México: Tesis de maestría UNAM, 1988.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Köner, S., *Introducción a la filosofía de las Matemáticas*, México: Ed. Siglo XXI, 1960.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.