

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE MATEMÁTICO

ÁLGEBRA MODERNA IV (ejemplo)

SEMESTRE: **Séptimo u octavo**

CLAVE: **0004**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

TEÓRICAS	PRÁCTICAS	CRÉDITOS
5/80	0	10

CARÁCTER: **OPTATIVO.**

MODALIDAD: **CURSO.**

SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Álgebra Moderna III.**

SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Ninguna.**

OBJETIVO(S): Profundizar en el conocimiento de la teoría de categorías, la teoría de módulos y la de anillos.

NUM. HORAS	UNIDADES TEMÁTICAS
10	1. Prerradicales en R-mod
	1.1 Orden. Operaciones: composición, ":", intersección, unión. Prerradicales idempotentes, radicales, prerradicales exactos izquierdos, radicales que preservan epimorfismos. Zoclo, Radical de Jacobson, torsión de grupos abelianos, la parte divisible de un grupo abeliano.
	1.2 Clases de torsión hereditarias. La clase de torsión hereditaria generada por una clase de módulos. T-nilpotencia. Clases de torsión hereditarias cerradas bajo productos.
14	2. Anillos semiartinianos
	2.1 El radical generado por un prerradical.
	2.2 El mayor prerradical idempotente por debajo de un prerradical.
	2.3 El radical generado por el zoclo.
	2.4 El mayor prerradical idempotente por debajo del Radical de Jacobson.
	2.5 Caracterización de los anillos semiartinianos.
	2.6 El Radical de Jacobson es T-nilpotente en cada módulo semiartiniano.
	2.7 Anillos Max.
	2.8 V-anillos.

14	3. Anillos semilocales
	3.1 Clases de torsión hereditarias de tipo simple. Si toda clase de torsión hereditaria es de tipo simple entonces el anillo es semilocal. Anillos buenos ($\text{Rad}(M)=\text{Rad}(R)M$, para todo módulo). Los anillos semilocales son buenos.
	3.2 Anillos locales.
	3.3 Idempotentes, idempotentes primitivos.
	3.4 Anillos de endomorfismos de anillos locales.
	3.5 Radical de Jacobson de anillos semilocales y de anillos locales.
	3.6 Levantamiento de idempotentes. Se pueden levantar idempotentes módulo un nilideal. Si se pueden levantar idempotentes, módulo un subideal del Radical de Jacobson, entonces se pueden levantar familias numerables de idempotentes ortogonales.
14	4. Anillos semiperfectos
	4.1 Módulos superfluos y cápsulas inyectivas. Un módulo simple es inyectivo o es superfluo pero no ambas cosas a la vez. Propiedades básicas de los módulos superfluos. Módulos huecos. Módulos superfluos y el radical de Jacobson.
	4.2 Cubiertas proyectivas y epimorfismos superfluos. No todo módulo tiene cubiertas proyectivas.
	4.3 Un anillo es semiperfecto si es semilocal y se pueden levantar idempotentes módulo el radical de Jacobson.
	4.4 Módulos semiperfectos. Módulos con suplementos (todo submódulo tiene un suplemento en el módulo). Módulos semiperfectos (todo cociente del módulo tiene cubierta proyectiva). Un módulo con cubierta proyectiva es semiperfecto si y sólo si es suplementado.
	4.5 Un anillo R es semiperfecto si y sólo si R es semiperfecto como módulo izquierdo.
	4.6 Un anillo R es semiperfecto si y sólo si todo módulo finitamente generado tiene cubierta proyectiva.
	4.7 Módulos proyectivos para anillos semiperfectos.

14	5. Anillos perfectos
	5.1 La caracterización de Bass.
	5.2 Anillos perfectos caracterizados mediante sus clases de torsión hereditarias.
	5.3 Anillos perfectos y condición de cadena descendente en ideales principales.
	5.4 Clases importantes de anillos perfectos.
	5.5 Anillos QF (proyectivos = inyectivos). Caracterizaciones de anillos QF.
	5.6 Anillos uniseriados.
	5.7 Anillos para los que coinciden la cápsula inyectiva y la cubierta proyectiva.
14	6. Producto tensorial y anillos regulares
	6.1 Producto tensorial. Construcción.
	6.2 Exactitud derecha del producto tensorial en cada variable.
	6.3 El producto tensorial y el funtor Hom.
	6.4 Módulos planos.
	6.5 Pureza.
	6.6 Anillos regulares.
	6.7 Cuándo todo módulo es plano.
	6.8 Cuándo todo plano es proyectivo.
	6.9 Cuándo la clase de los módulos proyectivos es cerrada bajo productos.
	6.10 Anillos coherentes.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. Anderson, F., Fuller, K., *Rings and Categories of Modules, 2nd edition*, New York: Springer Verlag, 1992.
2. Gentile, E.R., *Estructuras Algebraicas II*, Washington: OEA, 1971.
3. Kasch, F., *Modules Rings*, London: Academic Press 1982.
4. Lam, T.Y., *A First Course in Non-commutative Rings*, Berlin: Springer Verlag, 1991.
5. Lambek, J., *Lectures on Rings and Modules*, Waltham, Mass.: Blaisdell, 1966.
6. Rotman, J.J., *An Introduction to Homological Algebra*, New York: Academic, 1979.
7. Wisbauer, R., *Foundations of Module and Ring Theory*, Philadelphia: Gordon and Breach, 1991.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Bican, L., Kepka, T., Nemeč, P., *Rings, Modules and Preradicals*, New York: Marcel Dekker, 1982.
2. Dauns, J., *Modules and Rings*, Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
3. Faith, C.C., *Algebra II. Ring Theory*, New York: Springer Verlag, 1976.
4. Goodearl, K.R., *Ring Theory, Nonsingular Rings and Modules*, New York: Marcel Dekker, 1976.
5. Goodearl, K.R., *Von Neumann Regular Rings*, Marshfield, Mass.: Pitman.
6. Lam, T.Y., *Lectures on Modules and Rings*, New York: Springer Verlag, 1998.
7. Lam, T.Y., *Exercises in Classical Ring Theory*, New York: Springer Verlag, 1995.
8. McLane, S., *Categories for the Working Mathematician*, New York: Springer Verlag, 1972.
9. Rowen, L.H., *Ring Theory, I, II*, Boston: Academic Press, 1998.
10. Stenström, B., *Rings of Quotients*, New York: Springer Verlag, 1975.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.