

## ANÁLISIS LÓGICO

CLAVE: 0415	ÁREA: CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN	
SEMESTRE: IV	<u>Requisitos:</u> Introducción a Ciencias de la	
CRÉDITOS: 10	Computación II	
HORAS POR CLASE	TEÓRICA: 1	TEÓRICO-PRÁCTICAS: 2
CLASES POR SEMANA	TEÓRICA: 4	TEÓRICO-PRÁCTICAS: 1
HORAS POR SEMESTRE	TEÓRICA: 64	TEÓRICO-PRÁCTICAS: 32

### Objetivos generales:

Este curso introduce al estudiante en el análisis del lenguaje matemático a través de los lenguajes de primer orden. De éstos, se enfatizan por igual tres aspectos: su estructura formal, su semántica (a través de las estructuras matemáticas) y la teoría de la inferencia lógica.

### Temario:

#### I. Introducción 11 horas

Se busca abstraer del lenguaje matemático ordinario (i.e. tal como éste aparece en un libro de texto, por ejemplo) su estructura lógica. Mostrar ejemplos de cómo un lenguaje como, por ejemplo, el de la teoría de grupos es susceptible de distintas interpretaciones. Introducir los operadores lógicos fundamentales (negación, conjunción, cuantificación, etc.)

- I.1 Análisis del lenguaje de la teoría de los números, el álgebra, etc.
- I.2 Lenguajes y su semántica (por ejemplo, teoría de grupos, geometría)
- I.3 Conectivos lógicos; propiedades y criterios de verdad.
- I.4 Cuantificadores; propiedades y criterios de verdad.

#### II. Lenguajes de primer orden 10 horas

Definición del concepto general de lenguaje de primer orden con ejemplos, puntualizando el papel de las variables en sus distintos niveles

- II.1 Definición: símbolos lógicos, de puntuación, símbolos de función, predicados y constantes
- II.2 Sintaxis. Términos, fórmulas, enunciados.
- II.3 Variables libres y acotadas

#### III. Estructuras de primer orden 12 horas

Definir el concepto general de estructura de primer orden dando algunos ejemplos matemáticos. Establecer la relación entre los lenguajes y las estructuras de primer orden mediante las nociones de satisfacción y verdad. Considerar las relaciones que se pueden establecer entre las estructuras a través de la noción de verdad

- III.1 Definición
- III.2 Satisfacción y verdad (definición de Tarski)
- III.3 Modelos

III.4 Relaciones entre estructuras. Subestructuras, inmersiones, equivalencia elemental, extensiones elementales.

IV. Validez y equivalencia lógica 12 horas

Se introducen las nociones de consecuencia y equivalencia lógica, mostrando su papel protagónico en la teoría de la inferencia lógica. Se estudian las propiedades básicas de los conectivos y los cuantificadores

IV.1 Validez. Ejemplos. Consecuencia lógica.

IV.2 Equivalencia lógica. Definición y ejemplos

IV.3 Leyes de la equivalencia lógica. Equivalencia entre fórmulas sin cuantificadores y álgebra de Boole. Tablas de verdad. Formas normales

IV.4 Prenexación; cambio de variables acotadas

V. Teorema de finitud o compacidad 15 horas

Se presentan dos teoremas de vital importancia para la teoría: el teorema de finitud y el teorema de Herbrand, considerados por algunos lógicos como el teorema fundamental de la lógica de primer orden. Se muestra su importancia a través de distintos ejemplos. Se introducen las nociones de consistencia, completez y decidibilidad de un conjunto de enunciados

V.1 Introducción

V.2 Consistencia y completez

V.3 Teorema de finitud o de Compacidad.

V.4 Aplicaciones. Análisis no estándar, aritmética no estándar

V.5 Teorema de Herbrand. Carácter no constructivo del teorema. ¿Es decidible el conjunto de fórmulas válidas en un lenguaje de primer orden? ¿Es decidible la consecuencia lógica?

### **Bibliografía:**

#### **Básica:**

- DeLong, H., *A Profile Of Mathematical Logic*, Addison-Wesley, 1992
- Amor, J. A., *Un Curso De Análisis Lógico*, (notas en proceso)

#### **Complementaria:**

- Polya, G., *How To Solve It*, Princeton Univ. Press, 1945
  - Amor, J. A., *Proposicional dentro de Lógica de Primer Orden*, Facultad de Ciencias, UNAM, 1976.
  - Amor, J. A., *Compacidad en Lógica de Primer Orden y su Relación con el Teorema de Completez*, Facultad de Ciencias, UNAM., 1993.
  - Boolos, J., *Computability and Logica*, Cambridge, U.P., 1974
- 
-