

PROCESOS ESTOCÁSTICOS I

CLAVE:		SECTOR:	BÁSICO
SEMESTRE:	6	ÁREA:	PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
CRÉDITOS:	10	SERIACIÓN:	ASIGNATURA PRECEDENTE INDICATIVA: Probabilidad II. ASIGNATURA SUBSECUENTE INDICATIVA: Teoría del Riesgo y Optativas.
HORAS POR CLASE		TEÓRICA:	1
CLASES POR SEMANA		TEÓRICA:	5
HORAS POR SEMESTRE		TEÓRICA:	80
		PRÁCTICAS:	0
		PRÁCTICAS:	0
		PRÁCTICAS:	0

Objetivos generales: Al finalizar el curso el alumno:

- Será capaz de modelar y simular fenómenos físicos y financieros utilizando procesos estocásticos.
- Conocerá ejemplos y resultados básicos de la teoría.

TEMA 1 Introducción y motivación. 5 horas

Explicará conceptos básicos, definiciones, ejemplos y aplicaciones de los procesos estocásticos.

- 1.1 Definiciones elementales.
- 1.2 Tipos de procesos estocásticos, clasificación general.
- 1.3 Ejemplos de procesos estocásticos. Motivación.

TEMA 2 Cadenas de Markov con espacio de estados finito y numerable. 35 horas

Explicará conceptos básicos, definiciones, ejemplos, resultados y aplicaciones de estos procesos.

- 2.1 Definiciones elementales:
 - Probabilidades de transición, distribución inicial, matriz de transición.
 - Ejemplos: caminata aleatoria, cadenas de nacimiento y muerte, proceso de ramificación, cadena de Ehrenfest, etc.
- 2.2 Distribución conjunta, ecuaciones de Chapman-Kolmogorov.
- 2.3 Tiempos de llegada y tiempos de absorción.
- 2.4 Clasificación de estados, recurrencia y transitoriedad.
- 2.5 Descomposición del espacio de estados.
- 2.6 Distribución invariante. Para espacio de estados finito: cadenas regulares y teorema fundamental de convergencia, con demostración. Ejemplos y aplicaciones.
- 2.7 Cadenas de Markov con espacio de estados numerable: recurrencia, irreducibilidad, periodicidad, distribución estacionaria y enunciado del teorema fundamental de convergencia.
- 2.8 Simulación de Cadenas de Markov. Verificación de Propiedades Teóricas mediante la simulación.

TEMA 3 Procesos de Poisson. 20 horas

Definirá y trabajará con procesos a tiempo continuo y espacio de estados discreto.

- 3.1 Diferentes definiciones del proceso de Poisson y su equivalencia. Propiedades.
- 3.2 Distribución de tiempos de espera, del tiempo de espera entre llegadas y distribución condicional al valor del proceso de los tiempos de llegada.
- 3.3 Generalizaciones: Proceso de Poisson compuesto y riesgo.
- 3.4 Simulación de los procesos de Poisson, Poisson compuesto y Riesgo. Estimación de la

intensidad.

TEMA 4 Martingalas en tiempo discreto.

10 horas

Explicará el concepto de martingala a tiempo discreto. Estudiará ejemplos y aplicaciones.

- 4.1 Definiciones, propiedades y ejemplos.
- 4.2 Tiempos de paro.
- 4.3 Enunciar los teoremas del paro opcional y de convergencia.

TEMA 5 Movimiento Browniano

10 horas

Conocerá algunas propiedades del movimiento Browniano y sus aplicaciones.

- 5.1 Definición y propiedades.
- 5.2 Caminatas aleatorias y movimiento Browniano.
- 5.3 Tiempos de llegada, el problema de la ruina del jugador.
- 5.4 Movimiento Browniano Geométrico.
- 5.5 Aplicaciones; valuación de opciones. Teorema del arbitraje y fórmula de Black-Scholes para valorar opciones.
- 5.6 Simulación. Estimación de parámetros y distintos tiempos de llegada.

Bibliografía básica:

- Feller, William. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol. I. Third edition. John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.
- Feller, William. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol. II. Second edition. John Wiley & Sons Inc., New York, 1971.
- Karlin, Samuel and Taylor, Howard. *A first course in stochastic processes*. Academia Press [A subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, second edition, 1975.
- Karlin, Samuel and Taylor, Howard. *A second course in stochastic processes*. Academia Press Inc. [Harcourt Brace Jovanovich Publishers], New York, 1981.
- Howard M. Taylor and Samuel Karlin. *An introduction to stochastic modeling*. Academic Press Inc., Boston, MA, revised edition, 1994.

Para Martingalas, como en el libro de Norris, sin filtraciones:

- Norris, J. R. *Markov chains*. *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998. Reprint of 1997 original.

En el libro de Ross de Procesos estocásticos, Capítulo 8, viene la aproximación al Browniano como límite de caminatas aleatorias:

- Ross, Sheldon M.. *Stochastic processes*. *Wiley Series in Probability and Statistics: Probability and Statistics*. John Wiley & Sons Inc., New York, second edition, 1996.

Los temas 3 y 5 de este programa se basan en las partes finales de los capítulos 5 y 10, respectivamente, del libro de Ross de Modelos Probabilísticos:

- Ross, Sheldon M. *Introduction to probability models*. Harcourt/Academic Press, Burlington, MA, seventh edition, 2000.

La bibliografía para Cadenas de Markov es muy extensa. Los libros de Ross y de Hoel, Port y Stone resultan una buena combinación:

- Ross, Sheldon M.. *Stochastic processes*. *Wiley Series in Probability and Statistics: Probability and Statistics*. John Wiley & Sons Inc., New York, second edition, 1996.

- Ross, Sheldon M. *Introduction to probability models*. Harcourt/Academic Press, Burlington, MA, seventh edition, 2000.
- Hoel, Paul G., Port, Sidney C., and Stone, Charles J. *Introduction to stochastic processes*. Houghton Mifflin Co., Boston, Mass., 1972. The Houghton Mifflin. Series in Statistics.

Para Cadenas de Markov también se recomienda el libro de María Emilia Caballero:

- Caballero, M. E., V. M. Rivero, G. Uribe, and C. Velarde. *Cadenas de Markov. Un enfoque elemental*. Número 29 en Textos. Nivel Medio. SMM., 2004.

Bibliografía complementaria:

- Brzezniak, Zdzislaw and Zastawniak, Tomasz. *Basic stochastic processes*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer-Verlag London Ltd., London, 1999. A course through exercises.
- Karlin, Samuel and Taylor, Howard. *A first course in stochastic processes*. Academia Press [A subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, second edition, 1975.

El libro de Rolski tiene aplicaciones a Teoría del Riesgo, aunque es de otro nivel:

- Rolski, Tomasz, Hanspeter Schmidli, Volker Schmidt, and Jozef Teugels. *Stochastic processes for insurance and finance*. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1999.

Los de Norris y Caballero et al, tienen partes interesantes para la simulación:

- Norris, J. R.. *Markov chains*. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 1998. Reprint of 1997 original.
- Caballero, M. E., V. M. Rivero, G. Uribe, and C. Velarde. *Cadenas de Markov. Un enfoque elemental*. Number 29 in Textos. Nivel Medio. SMM., 2004.

Sugerencias didácticas:

Se recomiendan tareas regulares en las cuales el alumno aplique el material visto en clase y esté obligado a revisar diversas fuentes bibliográficas para que amplíe sus conocimientos con diferentes enfoques. Asimismo se sugiere el análisis de casos prácticos.

Forma de evaluación:

Se recomiendan de 3 a 4 exámenes parciales y un examen final, así como la realización de tareas sobre los temas vistos en clase para reforzar los conocimientos teóricos adquiridos.

Perfil profesiográfico:

Es deseable que el profesor cuente con un posgrado en el área y que tenga experiencia docente y conocimientos principalmente en Cadenas de Markov.